



УДК 656.078:519.852:658.7

МРНТИ 73.31.11; 06.71.07

[https://doi.org/10.53364/24138614\\_2026\\_41\\_2\\_8](https://doi.org/10.53364/24138614_2026_41_2_8)

И.Ж.Асильбекова<sup>1</sup>, З.Д.Тюлюбаева<sup>2</sup>, Н.В.Деветьярова<sup>3\*</sup>

<sup>1</sup>АО "Академия гражданской авиации", Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>МЕТА University, Алматы, Казахстан,

<sup>3\*</sup>Казахский автомобильно-дорожный институт имени Л.Б.Гончарова, Алматы, Казахстан

\*E-mail: [devetyarova.n@gmail.com](mailto:devetyarova.n@gmail.com)

### СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДОВ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО ОПОРНОГО ПЛАНА ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ

***Аннотация.** В условиях цифровизации экономики и роста требований к эффективности логистических процессов возрастает значимость методов оптимизации транспортных потоков и распределения ресурсов. Одним из ключевых инструментов решения подобных задач является транспортная модель линейного программирования, позволяющая минимизировать совокупные затраты на перевозки между поставщиками и потребителями. Особое значение при решении транспортной задачи имеет формирование исходного допустимого опорного плана, поскольку качество начального решения напрямую влияет на скорость последующей оптимизации и вычислительные затраты.*

*В статье выполнен сравнительный анализ методов формирования начального опорного плана транспортной задачи, применяемых в логистических системах и цифровых цепях поставок. Актуальность исследования обусловлена необходимостью снижения транспортных издержек и повышения вычислительной эффективности алгоритмов оптимизации в условиях роста масштабов логистических сетей.*

*В работе исследованы методы северо-западного угла, минимальной стоимости, аппроксимации Фогеля и двойного предпочтения. Оценка методов проводилась на основе вычислительных экспериментов с использованием критериев стоимости начального плана, количества итераций последующей оптимизации, вычислительной трудоёмкости и степени приближения к оптимальному решению.*

*Установлено, что качество начального опорного плана оказывает существенное влияние на эффективность решения транспортной задачи. Наиболее устойчивые результаты продемонстрировал метод аппроксимации Фогеля, обеспечивающий минимальное отклонение от оптимального решения и сокращение числа итераций оптимизации по сравнению с другими подходами.*

*Научная новизна исследования заключается в комплексной сравнительной оценке методов формирования начального опорного плана с использованием совокупности количественных критериев эффективности в условиях цифровизации логистических процессов.*

*Практическая значимость результатов состоит в возможности применения полученных выводов при разработке цифровых систем поддержки принятия решений, автоматизации транспортного планирования и оптимизации логистических затрат.*

**Ключевые слова:** транспортная задача, начальный опорный план, транспортная логистика, метод Фогеля, оптимизация перевозок, линейное программирование, транспортные издержки, цифровизация логистики.

### **Введение.**

Функционирование современных логистических систем происходит в условиях повышенной неопределённости: колебания спроса, сбои в поставках и рост требований к снижению затрат становятся постоянными факторами хозяйственной деятельности [1-3].

На этом фоне возрастает роль обоснованных управленческих решений, связанных с организацией транспортных потоков. По данным современных исследований в области транспортной логистики и оптимизации цепей поставок рынок логистических услуг продолжает расширяться, что усиливает конкуренцию и требует более точных инструментов планирования [4, 5].

Для многих предприятий именно транспортные расходы формируют значительную часть логистических издержек, что требует применения методов оптимизации распределения грузопотоков [6]. Их уровень напрямую влияет на конечную стоимость продукции и устойчивость компании на рынке. В этой связи задачи рационального распределения грузопотоков между пунктами отправления и назначения выходят за рамки вспомогательных и приобретают стратегическое значение.

Необходимость повышения эффективности транспортно-логистических процессов, развитие цифровых технологий, а также интеграция аналитических моделей в корпоративные системы управления (ERP и SCM) обуславливают актуальность рассматриваемой темы. В условиях цифровизации особенно востребованы методы, которые позволяют получать качественные решения при ограниченных вычислительных ресурсах. В международной практике подобные задачи рассматриваются в рамках концепций Supply Chain Optimization, Smart Logistics и Industry 4.0, ориентированных на повышение эффективности управления материальными потоками в цифровой среде.

Математической основой решения подобных задач выступают методы линейного программирования, развитие которых связано с классическими работами в области оптимизации [7]. Их развитие связано с работами Л. В. Канторовича, заложившего основы оптимального распределения ресурсов, а также с исследованиями Дж. Данцига, разработавшего симплекс-метод как универсальный алгоритм решения задач оптимизации.

Транспортная задача является частным случаем задач линейной оптимизации и активно исследуется в рамках теории сетевых потоков [8,9]. Несмотря на возможность применения универсальных методов, на практике чаще используются более простые алгоритмы, позволяющие быстрее получать приемлемые решения. Это особенно важно при решении задач большой размерности, где вычислительные затраты становятся существенным фактором.

Отдельного внимания заслуживает начальный этап решения в виде построения допустимого опорного плана. Именно с него начинается процесс оптимизации, и от того, насколько удачно сформировано исходное распределение, зависит количество последующих итераций и общая трудоёмкость расчётов. Несмотря на широкое распространение методов построения начального опорного плана, в научной литературе отсутствует единый подход к оценке их вычислительной эффективности и устойчивости при увеличении размерности транспортных задач.

Существующие исследования преимущественно ориентированы либо на минимизацию транспортных затрат, либо на сокращение вычислительного времени, тогда как комплексная оценка качества начального решения, скорости сходимости и масштабируемости алгоритмов остаётся недостаточно разработанной.

Современные исследования в области транспортной оптимизации всё чаще ориентированы не только на минимизацию затрат, но и на обеспечение вычислительной

устойчивости алгоритмов в условиях роста размерности логистических сетей и неопределённости исходных данных. Так, в работе Chen, Li и Wang [1] рассматривается задача многопериодной мультимодальной транспортировки в условиях неопределённости, где авторы подчёркивают, что эффективность оптимизационного процесса во многом определяется качеством исходного распределения потоков и способностью алгоритма сокращать количество итерационных корректировок. В отличие от классических подходов, ориентированных исключительно на получение допустимого решения, современные методы уделяют особое внимание компромиссу между точностью начального приближения и вычислительными затратами. Данный подход согласуется с результатами настоящего исследования, в котором показано, что улучшение качества начального опорного плана способствует снижению совокупной трудоёмкости последующей оптимизации.

Дополнительное развитие данное направление получило в исследованиях Zhang, Liu и Zhao [2], посвящённых многокритериальной оптимизации транспортных маршрутов в цифровых логистических системах. Авторы отмечают, что в условиях обработки больших массивов транспортных данных особую значимость приобретают эвристические алгоритмы, обеспечивающие устойчивое качество решений при ограниченных вычислительных ресурсах. Полученные ими результаты подтверждают эффективность информированных эвристик, использующих дополнительные оценочные параметры структуры транспортной сети. В отличие от указанных исследований, в настоящей работе основной акцент сделан на сравнительном анализе методов формирования начального опорного плана транспортной задачи с позиции интегральных критериев «качество/время», «точность/сходимость» и «эффективность/масштабируемость», что позволяет комплексно оценивать вычислительную эффективность алгоритмов в условиях цифровизации логистических процессов.

Цель настоящего исследования состоит в сравнительной оценке методов формирования начального опорного плана транспортной задачи и выявлении наиболее эффективных подходов с точки зрения качества решения и затрат на его получение.

Для достижения поставленной цели в работе решаются следующие задачи:

- формализация модели транспортной задачи;
- анализ существующих алгоритмов построения начального решения;
- проведение вычислительных экспериментов;
- сопоставление методов по качеству получаемых планов и трудоёмкости;
- оценка возможностей их практического применения.

Научная новизна исследования заключается:

- в разработке системы интегральных критериев оценки методов построения начального опорного плана транспортной задачи;
- в сравнительном анализе алгоритмов с учётом качества решения, скорости сходимости и вычислительной масштабируемости;
- в формировании комплексной методики оценки эффективности транспортных алгоритмов в условиях цифровизации логистических систем.

### **Материалы и методы исследования.**

Транспортная задача рассматривается как частный случай задачи линейного программирования, направленный на минимизацию совокупных затрат на перевозку грузов от поставщиков к потребителям при соблюдении ограничений по запасам и потребностям.

Математическая модель транспортной задачи имеет следующий вид. Целевая функция минимизации транспортных затрат рассчитывается по формуле (1):

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0$$

где:

$x_{ij}$  - объём перевозки от поставщика  $A_i$  к потребителю  $B_j$ ;

$c_{ij}$  - тариф перевозки единицы груза;

$a_i$  - запас груза у поставщика;

$b_j$  - потребность потребителя.

В исследовании рассматривались сбалансированные транспортные задачи, для которых выполняется условие равенства суммарных запасов и потребностей.

Метод северо-западного угла относится к базовым алгоритмам построения начального допустимого решения транспортной задачи [10]. Суть данного подхода состоит в поэтапном распределении перевозок, начиная с верхней левой части транспортной таблицы. Распределение поставок осуществляется поэтапно: сначала вдоль строки слева направо, затем при исчерпании запасов или удовлетворении потребностей осуществляется переход к следующей строке или столбцу. При этом значения тарифов перевозки в процессе построения плана не учитываются.

Метод отличается простотой применения и не требует значительных вычислительных ресурсов. Вместе с тем отсутствие учёта транспортных тарифов нередко приводит к формированию решения, далёкого от оптимального.

Подход минимальной стоимости основан на выборе минимальных тарифов перевозки и широко используется в практических задачах логистики [8-10]. На каждом шаге определяется клетка с минимальной стоимостью перевозки, в которую направляется максимально возможный объём груза с учётом имеющихся ограничений.

Учет стоимости перевозок позволяет получить более обоснованное распределение ресурсов по сравнению с методом северо-западного угла. Вместе с тем получаемое решение не всегда оказывается близким к оптимальному, а также требует введения дополнительных правил при наличии нескольких одинаковых минимальных значений.

Метод Фогеля (VAM) относится к более сложным способам построения начального решения и учитывает дополнительные оценочные параметры, основанные на оценке альтернативных издержек [10].

Для каждой строки и столбца вычисляется штраф, определяемый как разность между двумя наименьшими тарифами. Далее выбирается строка или столбец с максимальным значением штрафа, после чего поставка осуществляется в ячейку с минимальной стоимостью.

На практике применение данного метода позволяет получить начальное решение, близкое к оптимальному, и, как правило, позволяет сократить количество итераций при последующей оптимизации. При этом расчёты становятся более трудоёмкими из-за необходимости регулярного пересчёта оценочных показателей.

Алгоритм двойного предпочтения основан на предварительном выделении ячеек с минимальными тарифами одновременно по строкам и столбцам транспортной таблицы. Распределение поставок выполняется прежде всего по ячейкам, имеющим двойной

приоритет, после чего оставшиеся объёмы распределяются по принципу минимальной стоимости.

Метод двойного предпочтения относится к эвристическим алгоритмам построения начального опорного плана транспортной задачи и основан на приоритетном выборе ячеек, одновременно обладающих минимальными тарифами как в соответствующей строке, так и в соответствующем столбце транспортной матрицы.

Основным преимуществом метода является более рациональный выбор направлений перевозок по сравнению с базовыми алгоритмами построения начального решения. Использование двойного критерия предпочтения позволяет частично учитывать структуру транспортной матрицы и снижать вероятность формирования заведомо неэффективных маршрутов перевозки.

Вместе с тем эффективность метода существенно зависит от структуры исходной матрицы тарифов. При большом количестве одинаковых или близких значений транспортных затрат количество ячеек двойного предпочтения может возрастать, что приводит к неоднозначности выбора и снижению устойчивости результатов.

Все рассмотренные методы относятся к эвристическим процедурам построения начального опорного плана и не гарантируют оптимальности получаемого решения. Отличительной особенностью исследования является комплексное сравнение методов не только по стоимости начального плана, но и по вычислительной трудоёмкости последующей оптимизации.

Для оценки вычислительной эффективности исследуемых методов разработана единая методика вычислительного эксперимента. Она обеспечивает сопоставимость результатов и корректность их сравнительного анализа.

В рамках данной методики проведён вычислительный эксперимент на серии транспортных задач различной размерности, позволяющий оценить эффективность исследуемых алгоритмов в сопоставимых условиях.

Методика вычислительного эксперимента включала следующие этапы:

- генерацию транспортных матриц заданной размерности;
- построение начального опорного плана каждым исследуемым методом;
- оптимизацию полученного решения методом потенциалов;
- фиксацию вычислительных показателей;
- сравнительный анализ полученных результатов.

В исследовании использовались сбалансированные транспортные модели размерности  $3 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ , что обеспечивает возможность построения допустимого опорного плана без введения фиктивных поставщиков или потребителей. Выбор размерностей транспортных моделей обусловлен необходимостью оценки устойчивости исследуемых алгоритмов как на малых, так и на крупномасштабных транспортных задачах, приближённых к условиям реальных логистических систем.

В целях практической апробации исследуемых методов была рассмотрена транспортная модель, сформированная на основе деятельности логистической компании ТОО «EastW Trans - BBL Kazakhstan» (г. Алматы, Казахстан), осуществляющей транспортно-экспедиционные услуги. Исходные данные транспортной задачи были адаптированы и обобщены в исследовательских целях без раскрытия коммерчески чувствительной информации. Исходная транспортная матрица представлена в таблице 1.

Таблица 1 – Исходная транспортная матрица

Поставщики	B1	B2	B3	B4	Запасы
A1	8	6	10	9	120
A2	9	12	13	7	100
A3	14	9	16	5	80
Потребности	70	90	60	80	

Суммарный объём поставок равен суммарной потребности, следовательно, транспортная задача является сбалансированной.

Значения транспортных тарифов генерировались в диапазоне от 5 до 20 условных единиц, а значения запасов и потребностей — в диапазоне от 50 до 300 единиц груза. Генерация исходных данных осуществлялась случайным образом с последующей балансировкой транспортных моделей. Для каждой размерности формировалось по 30 тестовых задач, что позволило повысить достоверность результатов исследования.

Вычислительные эксперименты проводились с использованием программной среды Python с применением библиотек NumPy и SciPy, предназначенных для математического моделирования и обработки численных данных. Измерение времени выполнения алгоритмов осуществлялось средствами модуля time при одинаковых вычислительных условиях. Расчёты выполнялись на персональном компьютере с процессором Intel Core i5, оперативной памятью 16 ГБ и операционной системой Windows 11.

Сравнительная оценка методов проводилась по следующим критериям:

- стоимость начального опорного плана;
- количество итераций метода потенциалов до достижения оптимального решения;
- вычислительное время построения начального плана;
- относительное отклонение от оптимального решения.

Для комплексной оценки эффективности исследуемых методов в работе дополнительно использовались интегральные критерии «качество/время», «точность/сходимость» и «эффективность/масштабируемость».

Критерий «качество/время» позволяет учитывать одновременно степень близости начального решения к оптимальному плану и вычислительные затраты на его построение.

Критерий «точность/сходимость» отражает зависимость между качеством начального опорного плана и количеством итераций метода потенциалов, необходимых для достижения оптимального решения. Использование данного подхода позволяет оценить влияние исходного распределения грузопотоков на скорость последующей оптимизации.

Критерий «эффективность/масштабируемость» применяется для оценки устойчивости вычислительной эффективности алгоритмов при увеличении размерности транспортных моделей. Данный подход особенно важен в условиях цифровизации логистических систем и роста объёмов транспортных данных. Интегральный показатель эффективности определяется по формуле (2):

$$Keff = \frac{100 - \delta}{t} \quad (2)$$

где:

$\delta$  — относительное отклонение начального опорного плана от оптимального решения, %;  
 $t$  - среднее время построения начального плана, мс.

Предлагаемый показатель позволяет оценивать эффективность алгоритма с позиции компромисса между качеством получаемого решения и вычислительной трудоёмкостью его формирования. Чем выше значение критерия  $Keff$ , тем более эффективным считается метод формирования начального опорного плана.

Использование интегрального критерия позволяет выполнять более объективное сравнение алгоритмов в условиях цифровизации логистических процессов, где одновременно важны как точность решения, так и скорость вычислений.

Интегральный критерий «точность/сходимость» определяется по формуле (3):

$$K_{conv} = \frac{100 - \delta}{N} \quad (3)$$

где:

$\delta$  — относительное отклонение начального опорного плана от оптимального решения, %;  
 $N$  — количество итераций метода потенциалов.

Чем выше значение критерия  $K_{conv}$ , тем более эффективно начальное решение способствует ускорению процесса оптимизации.

Для оценки устойчивости алгоритмов при увеличении размерности транспортных моделей использовался критерий «эффективность/масштабируемость», определяемый по формуле (4):

$$K_{scale} = \frac{100 - \delta}{tn} \quad (4)$$

где:

$\delta$  - относительное отклонение от оптимального решения, %;  
 $t$  - среднее время вычислений;  
 $n$  - размерность транспортной задачи.

Использование критерия масштабируемости позволяет оценить способность алгоритма сохранять вычислительную эффективность при росте числа поставщиков и потребителей.

В качестве критерия вычислительной эффективности использовалось среднее время формирования начального решения, полученное по результатам серии вычислительных экспериментов. Использование временного критерия обусловлено необходимостью оценки вычислительной эффективности алгоритмов в условиях обработки транспортных задач большой размерности. Для повышения достоверности результатов использовались усреднённые показатели, полученные по серии вычислительных экспериментов для каждой размерности транспортной задачи.

Относительное отклонение начального плана от оптимального решения определялось по формуле (5). Использование относительного отклонения позволяет оценить степень близости начального решения к оптимальному плану независимо от абсолютного масштаба транспортных затрат.

$$\delta = \frac{Z_0 - Z_{opt}}{Z_{opt}} * 100\% \quad (5)$$

где:

$Z_0$  - стоимость начального опорного плана;  
 $Z_{opt}$  - оптимальное значение транспортных затрат.

Оптимизация транспортных планов осуществлялась методом потенциалов [11]. Полученные результаты использовались для сравнительного анализа устойчивости и вычислительной эффективности исследуемых методов. В рамках исследования рассматривались детерминированные транспортные модели без учёта стохастических факторов, временных окон и многокритериальных ограничений.

Таблица 2 – Сравнительная эффективность методов

Метод	Стоимость начального плана	Отклонение от оптимума, %	Количество итераций	Среднее время, мс	$K_{eff}$	$K_{conv}$	$K_{scale}$
Северо-западного угла	2520	31,3	8	1,2	57,25	8,59	4,77
Минимальной стоимости	2140	11,5	5	2,1	42,14	17,70	3,83
Двойного предпочтения	2050	6,8	4	2,8	33,29	23,30	3,02
Фогеля (VAM)	1980	3,1	2	4,2	23,07	48,45	2,09

По показателю стоимости начального опорного плана наилучший результат продемонстрировал метод Фогеля (1980), обеспечив минимальные транспортные затраты уже на этапе построения исходного решения. Наибольшая стоимость получена методом северо-западного угла (2520), что свидетельствует о низком качестве первоначального распределения перевозок.

По критерию относительного отклонения от оптимального решения наиболее точным оказался метод Фогеля (3,1 %). Метод двойного предпочтения также показал достаточно высокую точность (6,8 %). Наибольшее отклонение наблюдается у метода северо-западного угла (31,3 %)

Количество итераций метода потенциалов подтверждает зависимость между качеством начального плана и скоростью последующей оптимизации. Метод Фогеля потребовал минимальное число итераций (2), тогда как метод северо-западного угла — максимальное количество (8).

По показателю среднего времени вычислений наиболее быстрым оказался метод северо-западного угла (1,2 мс), что обусловлено простотой алгоритма. Наибольшее время построения решения наблюдается у метода Фогеля (4,2 мс) вследствие более сложной процедуры вычислений.

Анализ интегрального критерия эффективности  $K_{eff}$  показывает преимущество метода северо-западного угла (57,25), однако данный результат связан преимущественно с минимальными временными затратами, а не с качеством решения.

По критерию точности и сходимости  $K_{conv}$  наилучший результат продемонстрировал метод Фогеля (48,45), обеспечивший минимальное отклонение от оптимума и наименьшее количество итераций оптимизации.

Критерий масштабируемости  $K_{scale}$  показывает, что простые методы обладают более высокой вычислительной устойчивостью при увеличении размерности задач, однако уступают более сложным алгоритмам по качеству начального решения.

Полученные результаты показывают, что повышение качества начального опорного плана способствует сокращению количества итераций последующей оптимизации и повышению общей эффективности решения транспортной задачи. Метод Фогеля продемонстрировал наилучшие показатели точности и сходимости, обеспечив решение, наиболее близкое к оптимальному. Метод северо-западного угла оказался наиболее быстрым с вычислительной точки зрения, однако уступил остальным алгоритмам по качеству получаемого решения.

### **Результаты и их обсуждение.**

Проведённый вычислительный эксперимент на серии сбалансированных транспортных задач различной размерности ( $3 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$ ,  $20 \times 20$ ) позволил установить устойчивые различия в эффективности рассматриваемых методов формирования начального опорного плана.

Сравнительный анализ показал, что метод северо-западного угла формирует допустимые планы с минимальными вычислительными затратами на этапе построения, однако получаемые решения характеризуются наибольшим отклонением от оптимума. Это связано с тем, что алгоритм не учитывает структуру транспортных тарифов, что приводит к нерациональному распределению потоков уже на начальной стадии.

Метод минимальной стоимости обеспечивает более рациональное распределение поставок за счёт выбора минимальных тарифов на каждом шаге. В результате начальные планы, как правило, оказываются ближе к оптимальному решению по сравнению с методом северо-западного угла. Однако при наличии нескольких одинаковых минимальных значений эффективность метода зависит от выбранного правила разрешения неоднозначности, что может приводить к вариативности результатов.

Метод двойного предпочтения занимает промежуточное положение между методами минимальной стоимости и Фогеля. Предварительное выделение приоритетных ячеек позволяет повысить качество начального плана по сравнению с базовыми алгоритмами, однако отсутствие глобальной оценки «штрафов» ограничивает его устойчивость на задачах высокой размерности.

Метод аппроксимации Фогеля демонстрирует наилучшее качество начального приближения среди рассмотренных эвристик. Использование штрафных оценок позволяет учитывать альтернативные издержки распределения и более точно отражать структуру транспортной матрицы. В рамках проведённого эксперимента именно данный метод обеспечивал наиболее стабильное приближение к оптимальному решению и требовал наименьшего числа корректирующих шагов на этапе последующей оптимизации методом потенциалов [12].

Анализ интегрального критерия «точность/сходимость» ( $K_{conv}$ ) показал, что наиболее высокие значения данного показателя характерны для метода Фогеля. Это обусловлено сочетанием минимального отклонения начального плана от оптимального решения и наименьшего количества итераций метода потенциалов. Полученные результаты подтверждают существование устойчивой зависимости между качеством исходного распределения грузопотоков и скоростью последующей оптимизации транспортной задачи.

Вместе с тем использование интегрального критерия «качество/время» показало, что повышение точности начального решения сопровождается увеличением вычислительных затрат непосредственно на этапе построения начального опорного плана. В результате методы, обеспечивающие наиболее близкое приближение к оптимальному решению, требуют большего времени формирования исходного распределения по сравнению с более простыми алгоритмами. Это подтверждает наличие компромисса между качеством начального решения и скоростью его построения в задачах транспортной оптимизации.

Полученные результаты подтверждают наличие *computational trade-off* между точностью начального решения и вычислительной сложностью алгоритма. Методы, обеспечивающие более высокое качество начального распределения, требуют дополнительных вычислительных операций на этапе построения опорного плана, однако позволяют сократить совокупную трудоёмкость последующей оптимизации.

При наличии противоречий между критериями вычислительной эффективности рекомендуется использовать многокритериальный подход к выбору алгоритмов, основанный на учёте приоритетов точности решения, вычислительной трудоёмкости и устойчивости методов в зависимости от специфики практической логистической задачи.

Сравнение методов по совокупности критериев (стоимость начального плана, количество итераций метода потенциалов, вычислительная трудоёмкость построения и относительное отклонение от оптимума) подтверждает, что улучшение качества начального решения приводит к снижению вычислительных затрат на этапе оптимизации. При этом эффект становится более выраженным при увеличении размерности транспортной задачи.

Полученные зависимости сохранялись на всей серии вычислительных экспериментов для транспортных моделей различной размерности ( $3 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$  и  $20 \times 20$ ), что подтверждает устойчивость выявленных закономерностей и воспроизводимость результатов исследования.

Дополнительно установлено, что роль начального опорного плана возрастает в условиях роста размерности логистических систем, поскольку даже незначительное улучшение начального распределения приводит к сокращению числа корректировок в методе потенциалов и повышает устойчивость вычислительного процесса.

Оценка критерия «эффективность/масштабируемость» ( $K_{scale}$ ) показала, что при увеличении размерности транспортных моделей различия между алгоритмами становятся более выраженными. Простые методы сохраняют преимущество по скорости вычислений, однако методы, использующие дополнительный анализ структуры транспортной матрицы, обеспечивают более высокую общую эффективность за счёт сокращения количества корректирующих итераций на этапе оптимизации. Наиболее устойчивые результаты по совокупности критериев масштабируемости и качества решения продемонстрировал метод Фогеля.

Результаты эксперимента подтверждают целесообразность использования более информированных эвристик (в частности, метода Фогеля) при решении транспортных задач в условиях цифровых логистических систем, где важна не только точность, но и вычислительная эффективность. Развитие цифровых цепей поставок и Industry 4.0 формирует новые требования к моделям оптимизации [11, 12].

Результаты исследования подтверждают, что качество начального опорного плана оказывает непосредственное влияние на общую вычислительную эффективность решения транспортной задачи. При увеличении размерности транспортных моделей значение информированных эвристик возрастает, поскольку сокращение числа корректирующих итераций позволяет существенно снизить совокупную трудоёмкость оптимизационного процесса. Полученные результаты подтверждают целесообразность применения метода Фогеля в цифровых логистических системах, ориентированных на обработку транспортных задач большой размерности [13].

### **Заключение.**

Проведённое исследование позволило разработать и апробировать комплексный подход к сравнительной оценке методов формирования начального опорного плана транспортной задачи с учётом качества решения, вычислительной трудоёмкости и устойчивости алгоритмов. На основе вычислительного эксперимента и практического примера распределения грузопотоков логистической компании EastW Trans - BBL Kazakhstan выполнен сравнительный анализ эффективности исследуемых методов в условиях транспортной оптимизации.

Установлено, что качество исходного опорного плана оказывает значительное влияние на эффективность последующего процесса оптимизации транспортной задачи. Более точное начальное распределение грузопотоков позволяет снизить суммарные транспортные затраты и уменьшить количество итераций при достижении оптимального решения. Особенно выраженный эффект наблюдается при увеличении размерности задач и усложнении структуры транспортной сети.

Результаты исследования подтвердили существование устойчивой зависимости между качеством начального опорного плана и скоростью последующей оптимизации. Повышение точности исходного распределения грузопотоков способствует сокращению количества корректирующих итераций метода потенциалов, что подтверждается значениями интегрального критерия «точность/сходимость» ( $K_{conv}$ ).

Вычислительный эксперимент на транспортных моделях различной размерности ( $3 \times 4$ ,  $5 \times 5$ ,  $10 \times 10$  и  $20 \times 20$ ) подтвердил наличие существенных различий между исследуемыми алгоритмами. Простые методы, в частности метод северо-западного угла, обеспечивают минимальные вычислительные затраты на этапе построения начального решения, однако характеризуются значительным отклонением от оптимума. Более информированные эвристики, учитывающие структуру транспортных тарифов, формируют начальные планы более высокого качества и позволяют сократить совокупную трудоёмкость последующей оптимизации.

Наиболее эффективные результаты по совокупности критериев точности, сходимости и вычислительной устойчивости продемонстрировал метод аппроксимации Фогеля. Использование штрафных коэффициентов позволило учитывать альтернативные издержки распределения грузопотоков и обеспечило формирование начальных планов, наиболее близких к оптимальному решению. Полученные результаты подтверждаются высокими значениями интегральных критериев  $K_{conv}$  и  $K_{scale}$ , отражающих эффективность метода при увеличении размерности транспортных моделей.

Практический пример расчётов показал, что применение метода Фогеля позволило снизить стоимость начального плана с 2520 до 1980 условных единиц по сравнению с методом северо-западного угла, а количество итераций последующей оптимизации сократилось с 8 до 2. Это подтверждает наличие зависимости между качеством начального решения и общей вычислительной эффективностью транспортной оптимизации.

Практическая значимость исследования заключается в возможности использования полученных результатов при разработке автоматизированных систем управления перевозками, цифровых платформ поддержки принятия решений, а также при оптимизации схем доставки и снижении логистических издержек предприятий транспортно-логистической отрасли. Использование интегрального критерия «качество/время» ( $K_{eff}$ ) позволяет учитывать компромисс между точностью начального решения и вычислительными затратами, что особенно важно при разработке цифровых систем поддержки принятия решений в логистике реального времени.

Ограничением исследования является рассмотрение детерминированных транспортных моделей без учёта стохастических факторов, временных окон, динамического изменения спроса и многокритериальных ограничений. Перспективы дальнейших исследований связаны с адаптацией рассматриваемых методов к задачам стохастической и многокритериальной транспортной оптимизации в цифровых логистических системах.

Исследование доказывает, что выбор метода формирования начального опорного плана оказывает существенное влияние на общую эффективность решения транспортной задачи. В условиях цифровизации логистических систем и роста размерности транспортных моделей особую значимость приобретают методы, обеспечивающие компромисс между точностью решения, вычислительной трудоёмкостью и устойчивостью алгоритмов. Полученные результаты подтверждают целесообразность применения метода аппроксимации Фогеля в современных системах транспортного планирования и цифровых цепях поставок.

### Список литературы

1. Chen, X., Li, Y., & Wang, J. (2025). Robust optimization of a procurement and routing strategy for multiperiod multimodal transport in an uncertain environment. *European Journal of Operational Research*. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2025.05.004>
2. Zhang, H., Liu, Q., & Zhao, P. (2025). Data-driven multiobjective routing optimization for multimodal transportation under fuzzy demand. *Swarm and Evolutionary Computation*, 95, 101997. <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2025.101997>
3. Wu, L., Chen, Z., & Huang, Y. (2025). Many-objective route optimization in multimodal transport systems. *Complex & Intelligent Systems*. <https://doi.org/10.1007/s40747-024-01725-4>
4. Chopra, S., & Meindl, P. (2022). *Supply chain management: Strategy, planning, and operation* (8th ed.). Pearson.
5. Simchi-Levi, D., Kaminsky, P., & Simchi-Levi, E. (2021). *Designing and managing the supply chain* (4th ed.). McGraw-Hill.
6. Snyder, L. V., & Shen, Z.-J. M. (2019). *Fundamentals of supply chain theory* (2nd ed.). Wiley.
7. Bertsimas, D., & Tsitsiklis, J. N. (2019). *Introduction to linear optimization*. Athena Scientific.
8. Bazaraa, M. S., Jarvis, J. J., & Sherali, H. D. (2018). *Linear programming and network flows* (4th ed.). Wiley.
9. Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (2018). *Network flows: Theory, algorithms, and applications*. Prentice Hall.
10. Hillier, F. S., & Lieberman, G. J. (2021). *Introduction to operations research* (11th ed.). McGraw-Hill.
11. Li, M., Zhao, T., & Sun, Y. (2025). Collaborative delivery route planning for passenger and freight integration. *Transportation Research Record*. <https://doi.org/10.1177/03611981251318333>
12. Ivanov, D. (2020). *Digital supply chain and Industry 4.0*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-14302-2>
13. Boysen, N., Briskorn, D., & Schwerdfeger, S. (2022). Scheduling and logistics optimization in modern supply chains. *OR Spectrum*, 44(3), 567–589. <https://doi.org/10.1007/s00291-021-00645-7>

### КӨЛІК МӘСЕЛЕСІНЕ АРНАЛҒАН БАСТАПҚЫ БАҒДАРЛАМА ЖОСПАРЫН ҚҰРУ ӘДІСТЕРІНІҢ ЕСЕПТЕУ ТИІМДІЛІГІН САЛЫСТЫРМАЛЫ БАҒАЛАУ

*Аңдатпа.* Экономиканың цифрландырылуы және логистикалық процестердің тиімділігіне қойылатын талаптардың артуымен көлік ағындарын оңтайландыру және ресурстарды бөлу әдістерінің маңыздылығы артып келеді. Мұндай мәселелерді шешудің бір негізгі құралы - жеткізушілер мен тұтынушылар арасындағы тасымалдаудың жалпы құнын азайтатын сызықтық бағдарламалау көлік моделі. Бастапқы мүмкін базалық жоспарды қалыптастыру көлік мәселесін шешу кезінде ерекше маңызды, себебі бастапқы шешімнің сапасы кейінгі оңтайландыру жылдамдығына және есептеу шығындарына тікелей әсер етеді.

Бұл мақалада логистикалық жүйелерде және цифрлық жеткізу тізбектерінде қолданылатын көлік мәселесі үшін бастапқы базалық жоспарды құру әдістерінің салыстырмалы талдауы берілген. Зерттеудің өзектілігі өсіп келе жатқан логистикалық желілер жағдайында көлік шығындарын азайту және оңтайландыру алгоритмдерінің есептеу тиімділігін арттыру қажеттілігінен туындайды. Бұл мақалада солтүстік-батыс бұрышы, минималды құны, Фогель жуықтауы және қос артықшылық әдістері

қарастырылады. Әдістер бастанқы жоспар құны, кейінгі оңтайландыру итерацияларының саны, есептеу күрделілігі және оңтайлы шешімге жуықтау дәрежесі сияқты критерийлерді қолдана отырып, есептеу эксперименттері арқылы бағаланды.

Бастанқы базалық жоспардың сапасы көлік мәселесін шешудің тиімділігіне айтарлықтай әсер ететіні анықталды. Фогель жуықтау әдісі ең тұрақты нәтижелерді көрсетті, оңтайлы шешімнен минималды ауытқуды және басқа тәсілдермен салыстырғанда оңтайландыру итерацияларының санын азайтуды қамтамасыз етті.

Бұл зерттеудің ғылыми жаңалығы логистикалық процестерді цифрландыру аясында сандық өнімділік критерийлерінің жиынтығын қолдана отырып, бастанқы базалық жоспарды құру әдістерін кешенді салыстырмалы бағалауда жатыр.

Нәтижелердің практикалық маңыздылығы зерттеу нәтижелерін сандық шешімді қолдау жүйелерін әзірлеуде, көлік жоспарлауды автоматтандыруда және логистикалық шығындарды оңтайландыруда қолдану мүмкіндігінде жатыр.

**Түйін сөздер:** көлік мәселесі, бастанқы базалық жоспар, көлік логистикасы, Фогель әдісі, көлікті оңтайландыру, сызықтық бағдарламалау, көлік шығындары, логистиканы цифрландыру.

## **A COMPARATIVE ASSESSMENT OF THE COMPUTATIONAL EFFICIENCY OF METHODS FOR CREATING AN INITIAL BASELINE PLAN FOR A TRANSPORTATION PROBLEM**

**Abstract.** *With the digitalization of the economy and increasing demands on the efficiency of logistics processes, the importance of methods for optimizing transport flows and resource allocation is growing. One key tool for solving such problems is the linear programming transport model, which minimizes the total cost of transportation between suppliers and consumers. Forming an initial feasible baseline plan is of particular importance when solving a transportation problem, since the quality of the initial solution directly affects the speed of subsequent optimization and computational costs.*

*This article provides a comparative analysis of methods for creating an initial baseline plan for a transportation problem used in logistics systems and digital supply chains. The relevance of the study stems from the need to reduce transportation costs and improve the computational efficiency of optimization algorithms in the context of growing logistics networks. This paper examines the northwest corner, minimum cost, Vogel approximation, and dual preference methods. The methods were evaluated through computational experiments using criteria such as the initial plan cost, the number of subsequent optimization iterations, computational complexity, and the degree of approximation to the optimal solution.*

*It was found that the quality of the initial baseline plan has a significant impact on the efficiency of solving a transportation problem. The Vogel approximation method demonstrated the most consistent results, ensuring minimal deviation from the optimal solution and a reduced number of optimization iterations compared to other approaches.*

*The scientific novelty of this study lies in its comprehensive comparative evaluation of methods for generating an initial baseline plan using a set of quantitative performance criteria in the context of digitalization of logistics processes.*

*The practical significance of the results lies in the potential application of the findings in the development of digital decision support systems, automation of transportation planning, and optimization of logistics costs.*

**Keywords:** *transport problem, initial baseline plan, transport logistics, Vogel method, transportation optimization, linear programming, transport costs, digitalization of logistics.*

**Сведение об авторах**

Асильбекова Индира Жаксыбаевна	кандидат технических наук, профессор АГА, АО "Академия гражданской авиации", Алматы, Казахстан E-mail: <a href="mailto:i.asilbekova@agakaz.kz">i.asilbekova@agakaz.kz</a>
Тюлюбаева Зауреш Джанатовна	кандидат технических наук, ассоциированный профессор, META University, Школа Инженерных и информационных технологий, Алматы, Казахстан E-mail: <a href="mailto:t.zauresh@meta.edu.kz">t.zauresh@meta.edu.kz</a>
Деветьярова Надежда Владимировна	магистр технических наук, старший преподаватель, Казахский автомобильно-дорожный институт имени Л.Б.Гончарова г. Алматы, Казахстан E-mail: <a href="mailto:devetyarova.n@gmail.com">devetyarova.n@gmail.com</a>

**Авторлар туралы мәлімет**

Асильбекова Индира Жаксыбаевна	техника ғылымдарының кандидаты, академия профессоры, "Азаматтық авиация академиясы" АҚ, Алматы, Қазақстан E-mail: <a href="mailto:i.asilbekova@agakaz.kz">i.asilbekova@agakaz.kz</a>
Тюлюбаева Зауреш Джанатовна	техника ғылымдарының кандидаты, қауымдастырылған профессор, META University, Инженерлік және ақпараттық технологиялар мектебі, Алматы, Қазақстан; E-mail: <a href="mailto:t.zauresh@meta.edu.kz">t.zauresh@meta.edu.kz</a>
Деветьярова Надежда Владимировна	техника ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Л. Б. Гончаров атындағы Қазақ автомобиль-жол институты Алматы қ., Қазақстан E-mail: <a href="mailto:devetyarova.n@gmail.com">devetyarova.n@gmail.com</a>

**Information about the authors**

Assilbekova Indira	Candidate of Technical Sciences, Professor, Civil Aviation Academy, Almaty, Kazakhstan E-mail: <a href="mailto:i.asilbekova@agakaz.kz">i.asilbekova@agakaz.kz</a>
Tulyubaeva Zauresh	Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, META University, School of Engineering and Information Technologies, Almaty, Kazakhstan E-mail: <a href="mailto:t.zauresh@meta.edu.kz">t.zauresh@meta.edu.kz</a>
Devetyarova Nadezhda	master of Engineering Sciences, Senior Lecturer, L.B. Goncharov Kazakh Automobile and Road Construction Institute Almaty, Kazakhstan E-mail: <a href="mailto:devetyarova.n@gmail.com">devetyarova.n@gmail.com</a>